



论文

包含有界切换增益的空间惯性传感器输出调节积分模型参考自适应控制

孙笑云^{①②}, 吴树范^{①②*}, 沈强^{①②}

① 上海交通大学航空航天学院, 上海 200240;

② 上海市引力波探测前沿科学研究基地, 上海 200240;

* E-mail: shufan.wu@sjtu.edu.cn

收稿日期: 接受日期: ; 网络出版日期:

科技部国家重点研发计划(编号: 2020YFC2200800)资助

摘要 基于输出调节的多变量模型参考自适应控制(Model Reference Adaptive Control, MRAC)用于解决系统状态不可直接获取时, 多变量系统向参考系统的稳定输出跟踪问题。在空间引力波探测航天器内部惯性传感器静电悬浮控制中, 考虑到其作为航天器平台惯性基准的稳定需求, 双质量块动力学中存在的非连续干扰影响, 以及应对不同工作模式的瞬态切换, 提出一种基于积分输出调节MRAC的静电悬浮控制方案, 引入有界的切换自适应校正增益及自适应积分修正项, 用于系统不连续情况下的抗输入饱和、瞬态抑制及惯性传感器非敏感轴各自由度向参考状态的稳定逼近。基于Filippov集与广义梯度的Lyapunov分析验证该方案下, 不连续系统中各闭环信号的收敛性, 数值仿真验证样例空间引力波探测航天器中, 作为关键载荷的双质量块空间惯性传感器各非敏感轴自由度针对位移噪声及残余加速度及切换瞬态的良好抑制效果。

关键词 静电悬浮控制; 空间引力波探测; 惯性传感器; 模型参考自适应控制; 不连续系统; 有界切换增益

1 引言

在低频段空间引力波探测任务中, 维持航天器位移精度、提供超静、超稳探测平台是探测工程实施的重要保障^[1]。在毫赫兹频段, 要求敏感轴残余扰动加速度优于 $10^{-15} m/s^2/\sqrt{Hz}$, 航天器位移控制精度优于 $1nm/\sqrt{Hz}$ ^[2], 上述技术指标已成为探测任务的前置需求和探测工程的发展方向。空间惯性传感器作为探测航天器携带的关键载荷, 为航天器平台在轨运行提供惯性基准, 是用于实现航天器稳定运行的重要保

证, 针对空间惯性传感器在复杂非线性干扰下的稳定控制也是空间引力波探测任务的重要研究内容。

当前, 针对空间惯性传感器控制方法的研究多数将惯性传感器内部检验质量的静电悬浮控制问题包含在航天器平台无拖曳控制系统的研究中, 并考虑由航天器外部执行器及其他因素引起的控制耦合现象^[3]。作为惯性传感器非敏感轴的闭环控制方法, 静电悬浮控制技术的发展往往依托于针对残余加速度和位移精度提出的性能指标, 如文献[4-5]提出的基于定量反馈理论的控制器的设计方法, 将性能指标直接转化

引用格式:

成设计准则, 用于满足不同的性能规范。

已应用于惯性传感器控制问题的控制方法多基于近似线性系统对性能指标的考察, 在具有一定非线性且难以获取平衡点的实际惯性传感器系统中, 上述方案均具有一定的局限性。同时, 线性控制方法不具备抗输入饱和及抑制瞬态响应的能力。尽管现有的线性控制方法能够实现空间引力波探测任务中空间惯性传感器非敏感轴的指标要求, 但考虑到实际应用场景中存在的电压驱动算法、科学模式切换引起系统非线性, 由传感器硬件特性引起的输入带宽限制时, 宜采用的线性控制方案的适用性和理论可行性均受到挑战; 同时, 现有线性控制方法均以默认解耦的单一输入单输出 (SISO) 系统为设计基础, 实际的多输入多输出 (MIMO) 系统中存在的刚度耦合及电压驱动耦合关系不能忽略, 空间引力波探测任务决定的惯性基准精度要求高, 因此寻求一种可实现各通道解耦, 且非线性、不连续瞬态及输入饱和均能实现抑制及应对的非线性控制方案是当前空间惯性传感器闭环控制器设计的前沿研究方向。

自适应控制是应对系统非线性及不确定性的有效方案, 用于控制对象向参考状态或模型的自适应逼近及跟踪。文献[6-8]提出了一种基于有界切换增益的 MRAC 方案, 应用于一类具有复杂不连续干扰的非线性动力学系统中, 在抗输入饱和及干扰抑制方面获得良好的控制效果; 文献[9-10]则针对控制对象潜在的状态信息丢失问题, 基于部分状态设计自适应控制方案, 保证了各闭环信号的收敛性。

本文以空间引力波探测航天器为研究对象, 设计一种包含有界切换增益的输出调节 MRAC 方案, 应

2 问题描述

本节将对双质量块空间惯性传感器进行动力学建模, 建立控制系统架构, 给出问题研究所需假设条件。

2.1 空间惯性传感器电压驱动算法

参考 LISA Pathfinder 任务^[1], 首先建立高分辨率 (HR) 模式及大范围 (WR) 模式下空间惯性传感器电压驱动关系。根据文献[1], 以 x, φ 方向为例, 在高分辨率模式下, 认为极板电压驱动刚度

用于空间惯性传感器非敏感轴的静电悬浮控制回路中, 在系统状态不能直接获得的前提下, 利用输出调节实现各非敏感轴闭环信号的稳定控制, 引入积分自适应项抑制输入饱和, 并设计基于有界切换增益的自适应修正项用于抑制系统不连续性。基于 Filippov 集及广义梯度构造 Lyapunov 函数, 验证非连续闭环系统下各闭环信号的有界性。本文创新点描述如下:

(1) 设计了一种基于输出调节的积分模型参考自适应控制方案, 用于解决系统存在不连续性时空间惯性传感器各非敏感轴的解耦控制问题。考虑了传感器部分通道状态信息不能直接获得的情况, 基于输出调节的控制方案实现传感器各通道向稳定且解耦的参考模型逼近, 从而实现各非敏感轴位移响应对输入的解耦; 相比[9-10], 考虑了系统外界扰动的抑制和校正问题, 引入积分自适应项应对系统不连续性。

(2) 提出了一种包含有界切换增益的 sigma-校正输出调节自适应控制方案, 相比 [6-8], 考虑了部分状态信息不能获得的情况, 用于应对空间惯性传感器在大范围模式向高分辨率模式切换时产生的瞬态输入饱和问题, 同时利用 sigma-校正项实现惯性传感器闭环控制系统中有界输入扰动的自适应抑制,

本文内容安排如下: 第 2 节问题描述, 给出包含高精度模式 (HR) 及大范围模式 (WR) 的空间双质量块惯性传感器非线性模型建立过程, 第 3 节给出控制器结构, 设计基于输出调节及有界切换增益的积分 MRAC 静电悬浮控制方案, 推导误差状态方程, 给出自适应律并分析系统不连续前提下的闭环信号稳定性; 第 4 节给出与常规方案对比的非敏感轴各状态响应的数值仿真结果, 第 5 节给出结论。

$K_{xx} = K_{xx,req}, K_{\varphi\varphi} = K_{\varphi\varphi,req}$, 在给定虚拟输入力 f_x, f_φ 时, 给出各极板上由不同自由度反馈电压 $V_{1x}, V_{2x}, V_{1\varphi}, V_{2\varphi}$ 的表达形式:

$$\begin{cases} V_{1x} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{d_x}{\epsilon_0 A_x}} \sqrt{2f_x + d_x |K_{xx,req}|}, \\ V_{2x} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{d_x}{\epsilon_0 A_x}} \sqrt{-2f_x + d_x |K_{xx,req}|}, \\ V_{1\phi} = \sqrt{\frac{1}{2R_{x(\phi)}} \frac{d_x}{\epsilon_0 A_x}} \sqrt{f_\phi + \frac{d_x R_{x(\phi)}}{2R_{2x(\phi)}^2} |K_{\phi\phi,req}|}, \\ V_{2\phi} = \sqrt{\frac{1}{2R_{x(\phi)}} \frac{d_x}{\epsilon_0 A_x}} \sqrt{-f_\phi + \frac{d_x R_{x(\phi)}}{2R_{2x(\phi)}^2} |K_{\phi\phi,req}|} \end{cases} \quad (1)$$

式中, A_x, d_x 分别为 x 方向传感器电容极板面积和极板到质量块的间距, $V_i, i=1,2,3,4$ 为 x, ϕ 方向的极板电势, f_x, f_ϕ 为 x, ϕ 方向受力, $R_{x(\phi)}, R_{2x(\phi)}^2$ 是各极板电容与线位移 x 、角位移 ϕ 的一阶与二阶偏导数的系数。

在大范围模式下, 极板电压驱动刚度取最小值, 则将各极板反馈电压 $V_{1x}, V_{2x}, V_{1\phi}, V_{2\phi}$ 表达为:

$$\begin{cases} V_{1x} = V_{2x} = \sqrt{\frac{d_x}{2\epsilon_0 A_x}} \sqrt{|f_x|}, \\ V_{1\phi} = V_{2\phi} = \sqrt{\frac{d_x}{2R_{x(\phi)} c_{0x}}} \sqrt{|f_\phi|} \end{cases} \quad (2)$$

上述反馈电压加载在各极板后, 其产生的静电力将作用于惯性传感器的检验质量上, 用于补偿检验质量因附加干扰产生的运动学偏差, 从而实现检验质量的稳定惯性基准作用。这部分静电力作为惯性传感器的真实控制输入, 电压驱动关系已有文献[1]给出。同时, 在空间引力波探测任务中, 根据任务阶段和任务需求, 惯性传感器工作模式将从初始的大范围模式向高分辨率模式切换, 对产生的瞬态效应的有效抑制也将是传感器控制系统的设计目标。

2.2 空间惯性传感器动力学模型

在LISA Pathfinder任务中, 两个对置的惯性质量块TM1、TM2及航天器自身构成三个相互关联的物理实体^[13]。根据文献[13], 将空间惯性传感器静电悬浮控制通道的运动学模型表达为:

$$\ddot{\mathbf{q}} = [\mathbf{D}_{SUS} \mathbf{B}_1 \quad \mathbf{D}_{SUS} \mathbf{B}_2] \cdot [\mathbf{a}_{SC} \quad \mathbf{a}_{TM}]^T \quad (3)$$

式中, $\mathbf{q} = [\eta_1, \phi_1, x_2, \theta_1, \eta_1, \phi_2]^T$ 为由坐标选择矩阵 \mathbf{D}_{SUS} 选取的六个静电悬浮自由度, $\mathbf{B}_i \in \mathbf{R}^{12 \times 6}$ 为状态参数

矩阵, $\mathbf{B}_2 = \mathbf{I}_{12}$, \mathbf{I}_{12} 为单位矩阵。 $\mathbf{a}_{SC}, \mathbf{a}_{TM}$ 分别为航天器与质量块所受单位质量合外力, 表达为:

$$\mathbf{a}_{SC} = \mathbf{u}_T + \mathbf{d}_{SC}, \mathbf{a}_{TM} = \mathbf{u}_S + \mathbf{d}_T + \begin{bmatrix} -\mathbf{\Omega}_1^2 & 0 \\ 0 & -\mathbf{\Omega}_1^2 \end{bmatrix} \mathbf{q}$$

式中, $\mathbf{d}_{SC}, \mathbf{d}_T$ 为外界干扰, $\mathbf{u}_T, \mathbf{u}_S$ 分别为微推力器控制力及悬浮控制自由度极板静电力, $\mathbf{\Omega}_1^2$ 为刚度矩阵, 用于描述由于质量块受力导致的机械形变对系统动力学的影响。定义状态量 $\mathbf{x} = [\mathbf{q}_{DF}, \dot{\mathbf{q}}_{DF}]^T$, 则计及干扰的静电悬浮控制回路标准形式可表述为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{u}_S + \mathbf{d}_{TM}) \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} \quad (4)$$

式中, $\mathbf{d}_{TM} = \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{u}_T + \mathbf{d}_{SC}) + \mathbf{d}_T$ 为系统总噪声, $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 为系统状态参数矩阵, 认为 \mathbf{C} 已知, \mathbf{A}, \mathbf{B} 慢时变, \mathbf{y} 为输出, 由此给出上述静电悬浮控制系统(4)的频域输入输出描述:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{G}(s)[\mathbf{u}](t), \mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}$$

式中, $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_S(t) + \mathbf{d}_{TM}(t)$ 。 $\mathbf{y}(t) = \mathbf{G}(s)[\mathbf{u}](t)$ 为一种结合时域和频域信号运算的简单符号^[7]。

为实现空间惯性传感器各非敏感轴的解耦控制, 选取已解耦且稳定的参考模型 $\mathbf{y}_m(t) = \mathbf{W}_m(s)[\mathbf{r}](t)$, 其中 $\mathbf{W}_m(s)$ 代表参考输入向输出指令的传递函数。为进一步建立参考输入与控制器输入的反馈增益关系, 给出如下有关修正左相互作用矩阵的引理:

引理 2.1: 对于任何 $M \times M$ 严格适当和满秩有理矩阵 $\mathbf{G}(s)$, 存在下三角多项式矩阵 $\xi_m(s)$, 定义为 $\mathbf{G}(s)$ 的修正左相互作用矩阵, 形式为

$$\xi_m(s) = \begin{bmatrix} d_1(s) & 0 & \dots & \dots & 0 \\ h_{21}^m(s) & d_2(s) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{M1}^m(s) & \dots & \dots & h_{MM-1}^m(s) & d_M(s) \end{bmatrix}$$

其中 $h_{ij}^m(s), j=1, \dots, M-1, i=2, \dots, M$ 是多项式, 并且 $d_i(s), i=1, \dots, M$ 是 $l_i > 0$ 次的单调稳定多项式, 使得 $\mathbf{G}(s)$ 的高频增益矩阵, 定义为 $\mathbf{K}_p = \lim_{s \rightarrow \infty} \xi_m(s) \mathbf{G}(s)$, 是有限的和非奇异的。根据文献[3,5,6]给出的空间惯性传感器开环动力学模型, 可

以认为其近似线性部分是稳定可观测的。根据文献[7,14]给出的相关理论, 给出如下假设:

假设 2.1: $G(s) = C(sI - A)^{-1}B$ 的所有零点都是稳定的, 且 (A, B, C) 是稳定、可测的。

假设 2.2: $G(s)$ 满秩且其修正左相互作用矩阵 $\xi_m(s)$ 是已知的。

假设 2.3: 存在由文献[11]中干扰观测器给出的附加干扰估计 \hat{d}_{TM} , 认为其观测误差 $\tilde{d}_{TM} = d_{TM} - \hat{d}_{TM}$ 有界, 并定义其上确界

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{d}_{TM}\| < \rho_d, \rho_d > 0$$

3 基于有界切换增益的输出调节积分 MRAC 方案

本节将设计引入有界切换增益校正项及积分自适应项的改进 MRAC 方案, 开展静电悬浮控制系统的设计。

3.1 控制系统架构

空间惯性传感器静电悬浮控制结构如图 1 所示。在包含有界切换增益的输出调节 MRAC 架构基础上, 引入积分自适应项抑制输入饱和, 降低切换瞬态及系统不连续性、复杂外界干扰对惯性传感器稳定的负面影响, 使之实现向稳定参考状态的自适应跟踪。

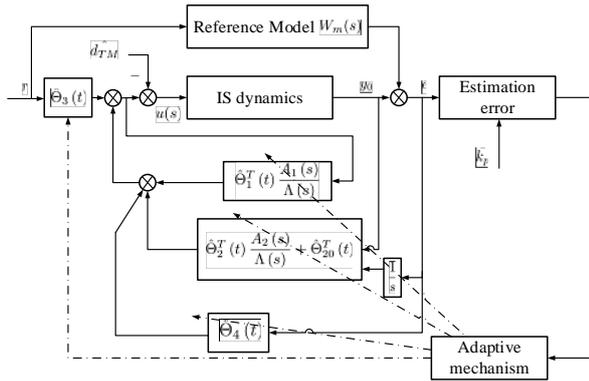


图 1 控制架构
Fig.1 Control framework.

3.2 标称反馈控制器结构

利用系统输出 $y(t) = Cx(t)$ 首先观测系统状态,

并基于观测状态设计反馈控制结构。给出包含干扰反馈的输出调节反馈控制律:

$$u_s(t) = K_1^{*T} \hat{x}(t) + K_2^* r(t) + K_3^{*T} \hat{x}_I(t) + K_4^* \text{sgn}(\bar{y}_e(t)) - \hat{d}_{TM} \quad (5)$$

式中, K_1^*, K_2^* 为观测状态 $\hat{x}(t)$ 、参考模型输入 r 的反馈增益, K_3^* 为观测状态的一阶积分 $\hat{x}_I(t)$ 的反馈增益, $K_4^* \text{sgn}(\bar{y}_e(t))$ 为反馈修正项, $\bar{y}_e(t)$ 为待推导的估计误差变量。该反馈控制设计目的是使控制对象跟踪参考模型

$$y_m(t) = W_m(s)[r](t), W_m(s) = \xi_m^{-1}(s) \quad (6)$$

其中 y_m 为参考输出, 同时抑制外界干扰。基于文献[14]设计状态观测器。引入变换矩阵 $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 使得 $CP^{-1} = [I_{n_0}, 0]$ 且 $n_0 = \text{rank}(C)$, 从而将系统状态方程转换为 $\dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}u_s(t)$, $\bar{A} = PAP^{-1}, \bar{B} = PB$ 。

将系统全状态方程表述为:

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_1(t) \\ \dot{\bar{x}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix} [u_s + d_{TM}](t) \quad (7)$$

其中, $\bar{x}(t) = Px(t) = [\bar{x}_1^T(t), \bar{x}_2^T(t)]^T, \bar{x}_1(t) \in \mathbb{R}^{n_0}, \bar{x}_2(t) \in \mathbb{R}^{n-n_0}, \bar{A}_{11} \in \mathbb{R}^{n_0 \times n_0}, \bar{A}_{12} \in \mathbb{R}^{n_0 \times (n-n_0)}, \bar{A}_{21} \in \mathbb{R}^{(n-n_0) \times n_0}, \bar{A}_{22} \in \mathbb{R}^{(n-n_0) \times (n-n_0)}, \bar{B}_1 \in \mathbb{R}^{n_0 \times M}, \bar{B}_2 \in \mathbb{R}^{(n-n_0) \times M}$ 。根据文献[14], 可知当 (A, C) 可观测时, $(\bar{A}_{22}, \bar{A}_{12})$ 也可观测。由此, 可以将全状态观测器表达为:

$$\hat{\bar{x}}(t) = \begin{bmatrix} \hat{\bar{x}}_1 \\ \hat{\bar{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(t) \\ w(t) + L_r y(t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中, $\hat{\bar{x}}_1, \hat{\bar{x}}_2$ 为各状态的观测值, $L_r \in \mathbb{R}^{(n-n_0) \times n_0}$ 为恒定增益矩阵, 用于保证特征值矩阵 $\bar{A}_{22} - L_r \bar{A}_{12}$ 稳定, 根据观测器设计结果, 可将 $w(t) \in \mathbb{R}^{n-n_0}$ 由下述方程表达为:

$$\dot{w}(t) = (\bar{A}_{22} - L_r \bar{A}_{12})w(t) + (\bar{B}_2 - L_r \bar{B}_1)[u_s + d_{TM}](t) + ((\bar{A}_{22} - L_r \bar{A}_{12})L_r + \bar{A}_{21} - L_r \bar{A}_{11})y(t) \quad (9)$$

根据文献[14], 上述状态观测器的设计中, 存在 $\lim_{t \rightarrow \infty} (x(t) - \hat{x}(t)) = \lim_{t \rightarrow \infty} P^{-1} (\bar{x}(t) - \hat{\bar{x}}(t)) = 0$, 观测误差实现收敛。利用式(9)求解 $w(t)$, 容易得到

$$\mathbf{w}(t) = \boldsymbol{\varepsilon}_0(t) + \frac{N_1(s)}{\Xi(s)}[\mathbf{u}_s + \mathbf{d}_{TM}](t) + \frac{N_2(s)}{\Xi(s)}[\mathbf{y}](t) \quad (10)$$

式中,

$$\begin{aligned} \frac{N_1(s)}{\Xi(s)} &= (s\mathbf{I} - \bar{\mathbf{A}}_{22} + \mathbf{L}_r \bar{\mathbf{A}}_{12})^{-1} (\bar{\mathbf{B}}_2 - \mathbf{L}_r \bar{\mathbf{B}}_1), \\ \frac{N_2(s)}{\Xi(s)} &= (s\mathbf{I} - \bar{\mathbf{A}}_{22} + \mathbf{L}_r \bar{\mathbf{A}}_{12})^{-1} \\ &\quad \times ((\bar{\mathbf{A}}_{22} - \mathbf{L}_r \bar{\mathbf{A}}_{12}) \mathbf{L}_r + \bar{\mathbf{A}}_{21} - \mathbf{L}_r \bar{\mathbf{A}}_{11}) \end{aligned}$$

$\boldsymbol{\varepsilon}_0(t) = e^{(\bar{\mathbf{A}}_{22} - \mathbf{L}_r \bar{\mathbf{A}}_{12})t} \mathbf{w}(0)$ 代表由初值引发的误差影响, $\mathbf{w}(0)$ 为 $\mathbf{L}_r \mathbf{y}(0) - \bar{\mathbf{x}}_2(0)$ 的估计, $\Xi(s) = \det(s\mathbf{E} - \bar{\mathbf{A}}_{22} + \mathbf{L}_r \bar{\mathbf{A}}_{12})$ 。由于干扰 d 不真实可知, 由此将控制器的状态反馈部分表达为:

$$\begin{aligned} \left(\mathbf{K}_1^{*T} + \mathbf{K}_3^{*T} \frac{1}{s} \right) \hat{\mathbf{x}}(t) &= \boldsymbol{\Theta}_1^{*T} \frac{\mathbf{A}(s)}{\Xi(s)} [\mathbf{u}_s + \mathbf{d}_{TM}](t) + \boldsymbol{\Theta}_{20}^{*T} \mathbf{y}(t) \\ &\quad + \boldsymbol{\Theta}_2^{*T} \frac{\mathbf{A}_2(s)}{\Xi(s)} [\mathbf{y}](t) + \mathbf{K}_{p2}^* e^{(\bar{\mathbf{A}}_{22} - \mathbf{L}_r \bar{\mathbf{A}}_{12})t} \mathbf{w}(0) \end{aligned} \quad (11)$$

式中,

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1(s) &= [\mathbf{I}_M, s\mathbf{I}_M, \dots, s^{n-n_0-1} \mathbf{I}_M]^T, \\ \mathbf{A}_2(s) &= [\mathbf{I}_{n_0}, s\mathbf{I}_{n_0}, \dots, s^{n-n_0-1} \mathbf{I}_{n_0}]^T, \\ \boldsymbol{\Theta}_1^* &\in \square^{M(n-n_0) \times M}, \boldsymbol{\Theta}_2^* \in \square^{n_0(n-n_0) \times M}, \\ \boldsymbol{\Theta}_3^* &\in \square^{M \times M}, \boldsymbol{\Theta}_{20}^{*T} = \mathbf{K}_{p1}^* + \mathbf{K}_{p2}^* \mathbf{L}_r, \\ \mathbf{K}_{p2}^* \mathbf{N}_1(s) &= \boldsymbol{\Theta}_1^{*T} \mathbf{A}_1(s), \mathbf{K}_{p2}^* \mathbf{N}_2(s) = \boldsymbol{\Theta}_2^{*T} \mathbf{A}_2(s), \\ \mathbf{K}_1^{*T} \mathbf{P}^{-1} &= [\mathbf{K}_{p1}^*, \mathbf{K}_{p2}^*], \mathbf{K}_{p1}^* \in \square^{M \times n_0}, \mathbf{K}_{p2}^* \in \square^{M \times (n-n_0)}. \end{aligned}$$

基于上述推导与 $\boldsymbol{\Theta}_3^* = \mathbf{K}_2^*$, 并忽略指数衰减项 $\mathbf{K}_{p2}^* e^{(\bar{\mathbf{A}}_{22} - \mathbf{L}_r \bar{\mathbf{A}}_{12})t} \mathbf{w}(0)$, 令 $\boldsymbol{\Theta}_4^* = \mathbf{K}_4^*$, 可以得到含有部分状态观测误差的参数化标称部分状态反馈控制器表述:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_s(t) &= \boldsymbol{\Theta}_1^{*T} \hat{\boldsymbol{\omega}}_1(t) + \boldsymbol{\Theta}_2^{*T} \hat{\boldsymbol{\omega}}_2(t) + \boldsymbol{\Theta}_{20}^{*T} \mathbf{y}(t) \\ &\quad + \boldsymbol{\Theta}_3^* \mathbf{r}(t) + \boldsymbol{\Theta}_4^* \operatorname{sgn}(\bar{\mathbf{y}}_e(t)) - \hat{\mathbf{d}}_{TM} \end{aligned} \quad (12)$$

其中,

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}_1(t) = \frac{\mathbf{A}_1(s)}{\Xi(s)} [\mathbf{u}_s + \hat{\mathbf{d}}_{TM}](t), \hat{\boldsymbol{\omega}}_2(t) = \frac{\mathbf{A}_2(s)}{\Xi(s)} [\mathbf{y}](t)$$

3.3 自适应律设计

在进行自适应律设计之前, 首先探讨模型的输出

匹配条件, 即自适应律的存在性。令 $\mathbf{K}_1^{*T} + \mathbf{K}_1^{*T}/s = \mathbf{K}_x^{*T}$, 根据文献[15]中的模型输出匹配性探讨结论, 认为由输出反馈推导得到的标称反馈控制器 $\mathbf{u}_s(t) = \mathbf{K}_x^{*T} \hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}_2^* \mathbf{r}(t)$ 中, 标称控制器参数 \mathbf{K}_x^* 和 \mathbf{K}_2^* 满足匹配条件

$$\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_x^{*T})^{-1} \mathbf{B}\mathbf{K}_2^* = \mathbf{W}_m(s), \mathbf{K}_2^{*-1} = \mathbf{K}_p \quad (13)$$

时, 能够确保模型输出匹配 $\mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_m(t) = \mathbf{e}(t)$ 。

自适应控制方案的引入旨在解决系统状态参数矩阵 $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ 未知的问题。考虑时域模型中对三个状态矩阵的自适应估计会进一步增大自适应更新律的设计难度, 在频域内对高频增益矩阵 \mathbf{K}_p 进行 LDS 分解, 从而简化自适应逼近过程, 降低控制器设计难度。给出如下假设:

假设 3.1: 高频矩阵 \mathbf{K}_p 的所有顺序主子式 $\Delta_i, i=1, 2, \dots, M$ 都是非零的, 并且它们的符号已知。这样的 \mathbf{K}_p 具有非唯一的 LDS 矩阵分解:

$$\mathbf{K}_p = \mathbf{L}_s \mathbf{D}_s \mathbf{S} \quad (14)$$

其中, $\mathbf{S} = \mathbf{S}^T > 0$, \mathbf{L}_s 是一个单位上三角矩阵, $\mathbf{D}_s = \operatorname{diag}[s_1^*, \dots, s_M^*] = \operatorname{diag}[\operatorname{sgn}[d_1^*] \gamma_1, \dots, \operatorname{sgn}[d_M^*] \gamma_M]$ 具有任意和选定的常数 $\gamma_i > 0, i=1, 2, \dots, M$ 。

将控制器的自适应版本表述为:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_s(t) &= \hat{\boldsymbol{\Theta}}_1^T(t) \frac{\mathbf{A}(s)}{\Lambda(s)} [\mathbf{u}_s + \hat{\mathbf{d}}_{TM}](t) + \hat{\boldsymbol{\Theta}}_3(t) \mathbf{r}(t) - \hat{\mathbf{d}}_{TM} \\ &\quad + \left(\hat{\boldsymbol{\Theta}}_2^T(t) \frac{\mathbf{A}_2(s)}{\Lambda(s)} + \hat{\boldsymbol{\Theta}}_{20}^T(t) \right) \mathbf{y}(t) + \hat{\boldsymbol{\Theta}}_4 \operatorname{sgn}(\bar{\mathbf{y}}_e(t)) \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_1, \hat{\boldsymbol{\Theta}}_2, \hat{\boldsymbol{\Theta}}_{20}, \hat{\boldsymbol{\Theta}}_3, \hat{\boldsymbol{\Theta}}_4$ 分别为 $\boldsymbol{\Theta}_1^*, \boldsymbol{\Theta}_2^*, \boldsymbol{\Theta}_{20}^*, \boldsymbol{\Theta}_3^*, \boldsymbol{\Theta}_4^*$ 的自适应估计。将误差跟踪方程表述为:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(t) &= \mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_m(t) = \mathbf{W}_m(s) \mathbf{K}_p \\ &\quad \times \left[(\hat{\boldsymbol{\Theta}}^T - \boldsymbol{\Theta}^{*T}) \boldsymbol{\omega} + \hat{\boldsymbol{\Theta}}_4 \operatorname{sgn}(\bar{\mathbf{y}}_e(t)) + \tilde{\mathbf{d}}_{TM} \right](t) \end{aligned} \quad (16)$$

式中, $\hat{\boldsymbol{\omega}} = [\hat{\boldsymbol{\omega}}_1^T, \hat{\boldsymbol{\omega}}_2^T, \mathbf{y}^T, \mathbf{r}^T]^T$, 相应的,

$$\boldsymbol{\Theta}^* = [\boldsymbol{\Theta}_1^{*T}, \boldsymbol{\Theta}_2^{*T}, \boldsymbol{\Theta}_{20}^{*T}, \boldsymbol{\Theta}_3^*]^T。$$

利用高频增益矩阵 \mathbf{K}_p 的 LDS 分解对该跟踪误差各自适应变量实现参数化求解, 同时根据式(16), 将等式改写为:

$$\begin{aligned} e(t) &= \xi_m^{-1}(s) L_s D_s S \\ &\times \left((\hat{\Theta}^T - \Theta^{*T}) \omega(t) + \hat{\Theta}_4 \operatorname{sgn}(\bar{y}_e(t)) + \tilde{d}_{TM} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

式中, $\hat{\Theta} = [\hat{\Theta}_1^T, \hat{\Theta}_2^T, \hat{\Theta}_{20}^T, \hat{\Theta}_3^T]^T$ 。为将未知单位上三角矩阵 L_s 参数化, 引入一个常数矩阵 $\Theta_0^* = L_s^{-1} - I = \{\theta_{ij}^*\}$, 其中 $\theta_{ij}^* = 0, i=1, 2, \dots, M, j \geq i$, 同时定义参数矩阵估计误差变量 $\tilde{\Theta}(t) = \Theta(t) - \Theta^*(t)$, 将上式进一步改写为:

$$\begin{aligned} \xi_m(s)[e](t) + \Theta_0^* \xi_m(s)[e](t) &= \\ D_s S (\tilde{\Theta}^T(t) \omega(t) + \hat{\Theta}_4 \operatorname{sgn}(\bar{y}_e(t)) + \tilde{d}_{TM}) \end{aligned} \quad (18)$$

进一步将该方程进行参数化, 引入一个稳定的单项多项式 $f(s)$, 其次数等于左相互作用矩阵 $\xi_m(s)$ 的最大次数。利用滤波器 $h(s) = 1/f(s)$ 对估计误差方程进行修正, 将等式表述为:

$$\begin{aligned} \xi_m(s)h(s)[e](t) + \Theta_0^* \xi_m(s)h(s)[e](t) &= \\ D_s S h(s) (\tilde{\Theta}^T(t) \omega(t) + \hat{\Theta}_4 \operatorname{sgn}(\bar{y}_e(t)) + \tilde{d}_{TM}) \end{aligned} \quad (19)$$

给定 $i = 2, \dots, M$, 令

$$\begin{aligned} \bar{e}(t) &= \xi_m(s)h(s)[e](t) = [\bar{e}_1(t), \dots, \bar{e}_M(t)]^T, \\ \eta_i(t) &= [\bar{e}_1(t), \dots, \bar{e}_{i-1}(t)]^T \in \mathbf{R}^{i-1}, \theta_i^* = [\theta_{i1}^*, \dots, \theta_{ii-1}^*]^T \end{aligned} \quad (20)$$

则等式进一步改写为

$$\begin{aligned} \bar{e}(t) + [0, \theta_2^{*T} \eta_2(t), \theta_3^{*T} \eta_3(t), \dots, \theta_M^{*T} \eta_M(t)]^T \\ = D_s S h(s) (\tilde{\Theta}^T(t) \omega(t) + \hat{\Theta}_4 \operatorname{sgn}(\bar{y}_e(t)) + \tilde{d}_{TM}) \end{aligned} \quad (21)$$

为实现控制对象向参考模型的跟踪, 除跟踪误差收敛需求外, 还需实现模型的输出匹配, 即要求高频增益矩阵及控制器参数向标称值的收敛。由此构建包含参数估计误差的方程:

$$\begin{aligned} \omega(t) &= [0, \tilde{\theta}_2^T \eta_2(t), \dots, \tilde{\theta}_M^T \eta_M(t)]^T + D_s S \tilde{\Theta}^T(t) h(s) [\omega](t) \\ &+ \tilde{\Psi}(t) (\hat{\Theta}^T(t) h(s) [\omega](t) - h(s) [\hat{\Theta}^T \omega](t)) \\ &+ D_s S h(s) [\tilde{d}_{TM} + \hat{\Theta}_4 \operatorname{sgn}(\bar{y}_e(t))] (t) \end{aligned} \quad (22)$$

式中, $\tilde{\theta}_i(t) = \hat{\theta}_i(t) - \theta_i^*, i = 2, \dots, M, \tilde{\Psi}(t) = \hat{\Psi}(t) - \Psi^*(t)$ 是高频增益矩阵的参数估计误差, $\Psi^* = D_s S$ 。

上述线性化的估计误差方程将应用于自适应律的推导。给出下述自适应律:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}}_i(t) &= -\frac{\Gamma_{\theta_i} \omega(t) \eta_i(t)}{m^2(t)}, i = 2, 3, \dots, M, \\ \dot{\hat{\Theta}}^T(t) &= -\frac{D_s \omega(t) [h(s) [\omega]]^T(t)}{m^2(t)}, \dot{\hat{\Theta}}_4(t) = -\frac{\Gamma_N |\bar{y}_e|}{m^2} + f_N, \\ \dot{\hat{\Psi}}(t) &= -\frac{\Gamma_{\Psi} \omega(t) [[\hat{\Theta}^T] h(s) [\omega] - h(s) [\hat{\Theta}^T \omega]]^T(t)}{m^2(t)} \end{aligned} \quad (23)$$

式中, $\Gamma_{\theta_i}, \Gamma_N, \Gamma_{\Psi}$ 为对称的自适应增益矩阵。估计误差变量 $\bar{y}_e = (D_s S h(s))^T \omega(t)$, f_N 为用于保证有界性, 抑制切换增益 $\hat{\Theta}_4$ 饱和的 σ 校正项,

$$\begin{aligned} f_N &= -\rho_{\Theta_4^*} \sigma_{\Theta_4^*} (\|\hat{\Theta}_4\|) \hat{\Theta}_4, \\ \sigma_{\Theta_4^*} (\|\hat{\Theta}_4\|) &= \begin{cases} 0 & \|\hat{\Theta}_4\| \leq \hat{M}_{\Theta_4^*} \\ \eta_{\Theta_4^*} \left(\frac{\|\hat{\Theta}_4\|}{\hat{M}_{\Theta_4^*}} \right) & \hat{M}_{\Theta_4^*} < \|\hat{\Theta}_4\| \leq 2\hat{M}_{\Theta_4^*} \\ \eta_{\Theta_4^*} & \|\hat{\Theta}_4\| > 2\hat{M}_{\Theta_4^*} \end{cases} \end{aligned}$$

式中, $\hat{M}_{\Theta_4^*}, \eta_{\Theta_4^*}$ 及 $\rho_{\Theta_4^*}$ 都为正的常数, 满足

$$\eta_{\Theta_4^*} > \frac{3}{4} \Gamma_N^{-1} \rho_N \lambda_{\min} \left(\frac{1}{m^2} \right). \text{ 同时有}$$

$$\begin{aligned} m^2(t) &= 1 + \sum_{i=2}^M \eta_i^T(t) \eta_i(t) + [h(s) [\omega]]^T(t) [h(s) [\omega]](t) \\ &+ [[\hat{\Theta}^T] h(s) [\omega] - h(s) [\hat{\Theta}^T \omega]]^T [[\hat{\Theta}^T] h(s) [\omega] - h(s) [\hat{\Theta}^T \omega]](t), \end{aligned}$$

3.4 稳定性分析

在空间惯性传感器闭环动力学系统中, 由于存在 1) 大范围模式向高分辨率模式的切换瞬态; 2) 包含有界切换增益的自适应律; 3) 因 $\operatorname{sgn}(\bar{y}_e(t))$ 引起的控制律不连续性, 闭环系统(4)是非光滑的, 需要对经典的 Lyapunov 稳定性分析理论进行扩展。扩展的步骤将包括 1) 将原系统构造为 Filippov 系统; 2) 构造正定的 Lyapunov 函数, 完成基于广义梯度的 Lyapunov 分析。为引出 Filippov 系统概念以实现控制对象的后续转化, 首先给定一个非光滑时变系统

$$\dot{\tilde{x}} = F(t, \tilde{x}) \quad (24)$$

其中 $\tilde{x} \in \mathbf{R}^n$ 是系统的状态, $F: \mathbf{R} \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 是不连续的向量场。如果 $\tilde{x}(\cdot)$ 绝对连续且对于几乎所有的

$t \in [t_0, t_1]$, 都有 $\dot{\tilde{x}} \in K[F](t, \tilde{x})$, 则向量函数 $\tilde{x}(\cdot)$ 是系统(*)对 $t \in [t_0, t_1]$ 的 Filippov 解, 其中 $K[F](t, \tilde{x})$ 是 Filippov 集值映射, 定义为^[15]

$$K[F](t, \tilde{x}) \square \bigcap_{\nu > 0} \bigcap_{\pi(s)=0} \overline{co}\{F(B(\tilde{x}, \nu) | S)\}, \tilde{x} \in \mathbf{R}^n \quad (25)$$

其中 $\bigcap \pi(s)=0$ 表示 Lebesgue 测度为零的所有集合 S 的交集, $B(x, \nu)$ 是以 \tilde{x} 为中心且半径 $\nu > 0$ 的开球, \overline{co} 表示凸闭包。由于具有不连续右侧的系统也会导致不平滑的 Lyapunov 函数, 还需利用 Filippov 集和广义梯度理论建立广义方向导数的概念。根据文献[15], 如果函数 V 是靠近 \tilde{x} 的 Lipschitz 连续函数, 则其方向导数定义为

$$V^\circ(\tilde{x}; \gamma) = \max\{\xi^T \gamma \mid \xi \in \partial V(\tilde{x})\} \quad (26)$$

特别地, 当 $\tilde{x}(\cdot)$ 是(1)的解且 $V(\tilde{x}, t)$ 是正则函数, 则 $(d/dt)V(\tilde{x}, t)$ 定义为:

$$\frac{d}{dt}V(\tilde{x}, t) \in^{a.e} \dot{V}(\tilde{x}, t) \quad (27)$$

其中 $\dot{V} = \bigcap_{\xi \in \partial V(\tilde{x}, t)} \xi^T \begin{pmatrix} K[F](t, \tilde{x}) \\ 1 \end{pmatrix}$ 。文献[15]也已给出用于制定保证 (27) 中描述的不连续系统有界性的条件, 给出如下定理:

定理 3.1^[15]: 假设对于任何初始条件, 系统 (27) 的微分包含 (28) 在 Filippov 解意义上是适定的, 并且存在全局正的 Lipschitz 连续函数 V , 两个正函数 $W_1, W_2 \in K_\infty, W_3 \in K$ 使得

$$\begin{aligned} W_1(\tilde{x}) \leq V(\tilde{x}, t) \leq W_2(\tilde{x}), \exists \mu > 0 \\ s.t. \dot{V}(\tilde{x}, t) \leq -W_3(\tilde{x}), \text{ when } \|\tilde{x}\| \geq \mu \end{aligned} \quad (28)$$

则其中 $\dot{V}(\tilde{x}, t)$ 是 V 的广义梯度, 且给出如下假设: 1) 零时间延迟; 2) 微分包含 (2) 的解对于任何初始条件都存在; 3) $V(\tilde{x}, t)$ 是在整个 \mathbf{R}^n 上定义的, 则 (27) 中的非光滑系统全局一致最终有界, 最终界由 $W_3 = W_1^{-1}(W_2(\mu))$ 给出。上述定理是对 Lyapunov 稳定性分析理论在非光滑系统内的扩展, 有关该定理的证明已在文献[16]中给出。

给出如下定理, 用于展开闭环系统稳定分析:

定理 3.2: 以输出反馈控制器(17)及自适应律(12)及被控对象(4)构成的空间惯性传感器静电悬浮控制

系统, 满足各闭环信号有界, 闭环系统输出一致有界。

证明: 首先给出如下引理, 用于后续 Lyapunov 函数的构造及分析。

引理 3.1: 根据文献[12], 给出下述保证:

$$\begin{aligned} \Theta_4^{*T} \Gamma_N^{-1} f_N \leq 0, \forall \|\Theta_4^*\| \in \mathbf{R} \\ \Theta_4^{*T} \Gamma_N^{-1} f_N \leq 0, \forall \|\Theta_4^*\| \geq \hat{M}_{\Theta_4} \\ \Theta_4^{*T} \Gamma_N^{-1} f_N \leq -\frac{\eta_{\Theta_4}}{2} \rho_N \Theta_4^* \Gamma_N^{-1} \Theta_4^{*T}, \forall \|\Theta_4^*\| \geq 2\hat{M}_{\Theta_4} \end{aligned} \quad (29)$$

设计 Lyapunov 函数验证基于自适应律设计的参数估计有界性。定义 Lyapunov 函数如下:

$$V = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=2}^M \tilde{\theta}_i^T(t) \Gamma_{\tilde{\theta}_i}^{-1} \tilde{\theta}_i + \text{tr}[\tilde{\Psi}^T \Gamma_{\Psi}^{-1} \tilde{\Psi}] + \text{tr}[\tilde{\Theta} S \tilde{\Theta}^T] + \frac{1}{m^2} \tilde{\Theta}_4^T \Gamma_N^{-1} \tilde{\Theta}_4 \right) \quad (30)$$

利用梯度表达 \dot{V} , 转化为下述表达形式:

$$\dot{V}(\tilde{\theta}_i, \Psi, \tilde{\Theta}, \tilde{\Theta}_4) = \nabla V^T K[F](\tilde{\theta}_i, \Psi, \tilde{\Theta}, \tilde{\Theta}_4) \quad (31)$$

将上式展开, 进一步得到:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -K \left[\sum_{i=2}^M \tilde{\theta}_i^T \eta_i(t) / m^2 \right] \omega(t) - \hat{\Theta}_4^T \left(D_s Sh(s) \right)^T \omega(t) / m^2 \\ & - K \left[D_s S \tilde{\Theta}^T [h(s) [\omega]]^T(t) / m^2(t) \right] \omega(t) - \hat{\Theta}_4^T \Gamma_N^{-1} f_N \\ & - K \left[\tilde{\Psi}^T \left[\hat{\Theta}^T h(s) [\omega] - h(s) [\hat{\Theta}^T \omega] \right]^T / m^2(t) \right] \omega(t) \\ & = -\omega^T(t) \omega(t) / m^2(t) + \hat{\Theta}_4^T \bar{y}_e K[\text{sgn}(\bar{y}_e)] / m^2(t) \\ & - \hat{\Theta}_4^T |\bar{y}_e| / m^2 + \tilde{d}_{TM}^T (D_s Sh(s))^T \omega(t) / m^2 - \hat{\Theta}_4^T \Gamma_N^{-1} f_N \end{aligned} \quad (32)$$

注意到 Filippov 集值映射 $K[\text{sgn}(\bar{y}_e)]$ 可表达为

$$K[\text{sgn}(\bar{y}_e)] = \begin{cases} -1, & \bar{y}_e < 0 \\ [-1, 1] & \bar{y}_e = 0 \\ 1 & \bar{y}_e > 0 \end{cases} \quad (33)$$

由此, $\hat{\Theta}_4^T \bar{y}_e K[\text{sgn}(\bar{y}_e)] / m^2(t)$ 被 $\hat{\Theta}_4^T |\bar{y}_e| / m^2$ 完全消除。上述推导可进一步整理为

$$\dot{V} = -\frac{\omega^T(t) \omega(t)}{m^2(t)} + \frac{\tilde{d}_{TM}^T (D_s Sh(s))^T \omega(t)}{m^2} - \hat{\Theta}_4^T \Gamma_N^{-1} f_N \quad (34)$$

根据文献[12]对上式中部分项的推导, \dot{V} 的上界可以表达为:

$$\dot{V}(\tilde{x}) = -\frac{3}{4} \lambda_{\min} \frac{\|\omega\|^2}{m^2} + \frac{\|D_s Sh(s)\|^2 \rho_d^2}{m^2} - \hat{\Theta}_4^T \Gamma_N^{-1} f_N \quad (35)$$

令 $\tilde{x}^T = [\omega^T, \hat{\Theta}_4^T]$, 利用[15]中相同的步骤进一步推导, 将 $\dot{V}(\tilde{x})$ 的上界表达如下:

$$\dot{V}(\tilde{\mathbf{x}}) \leq -W_3(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (36)$$

给出如下 $W_3(\tilde{\mathbf{x}})$ 的定义:

$$\begin{aligned} W_3(\tilde{\mathbf{x}}) &= \theta \alpha \|\tilde{\mathbf{x}}\|^2, \alpha, \theta \in (0, 1), \|\tilde{\mathbf{x}}\| \geq \mu \\ \mu &= \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1(1-\theta)}}, \mu_1 = \frac{3}{4} \lambda_{\min}\left(\frac{1}{m^2}\right), \\ \mu_2 &= 2 \frac{\|\mathbf{D}_s \mathbf{S} h(s)\|^2}{m^2 \mu_1} \rho_d^2 + \mu_1 \left(2\bar{M}_{\theta_4^*} + \|\Theta_4^*\| + 2\hat{M}_{\theta_4^*}\right)^2 \end{aligned} \quad (37)$$

式中, $\bar{M}_{\theta_4^*}$ 为 $\hat{M}_{\theta_4^*}$ 的阈值。根据(31)和(39), 闭环动力学(4)满足**定理 3.1**中的所有条件。据此, 闭环系统一致有界, 其收敛上界为:

$$W_1^{-1}(W_2(\mu)) = \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(\mathbf{D}_s \mathbf{S} h(s))}{\lambda_{\min}(\mathbf{D}_s \mathbf{S} h(s))}} \mu \quad (38)$$

4 仿真结果

4.1 参数设置

数值仿真验证基于样例空间引力波探测惯性传感器非线性动力学模型。由于需考察闭环系统各状态响应的性能指标, 部分数值仿真结果展示为频域形式。数值仿真首先验证了该MRAC方案在选取的两个悬浮控制自由度上的闭环性能, 仿真时间为3000 s; 其次在50 s时实行大范围模式向高精度模式的模态切换, 仿真时间为300 s, 设置仿真步长为0.1 s。

在用于数值仿真的两个自由度中, 选取

$$\Gamma_\theta = [1, 1]^T, \Gamma_\psi = \Gamma_\theta = [1, 1]^T, \Gamma_N = [300, 300]^T,$$

$$\hat{M}_{\theta_4^*} = [3 \times 10^{-12}, 3 \times 10^{-12}]^T, \rho_{\theta_4^*} = [2, 2]^T, \eta_{\theta_4^*} = [2, 2]^T,$$

验证不同控制方案下的控制性能。为实现闭环各非敏感轴自由度解耦, 给出如下已解耦且稳定的参考模型状态参数矩阵:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_m &= \begin{bmatrix} 0 & -2.38 \times 10^{-7} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4.94 \times 10^{-7} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B}_m &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{W}_m(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_m)^{-1} \mathbf{B}_m \end{aligned} \quad (39)$$

4.2 仿真结果与分析

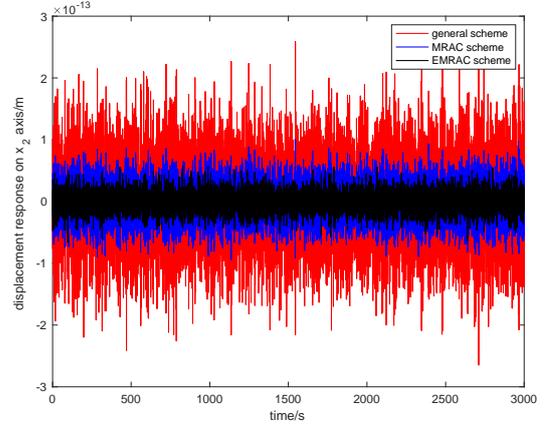


图2 x_2 轴位移噪声对比

Fig.2 Comparison of displacement noise on x_2 axis.

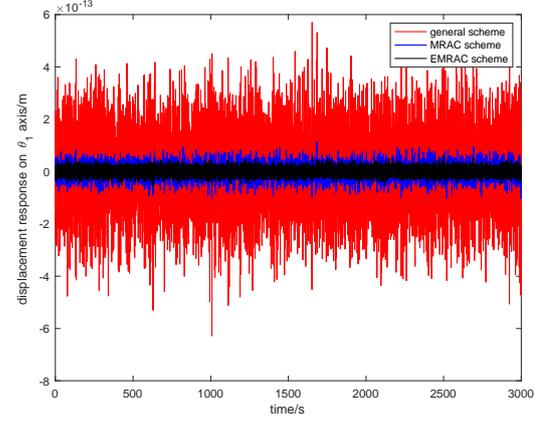


图3 θ_1 轴位移噪声对比

Fig.3 Comparison of displacement noise on θ_1 axis.

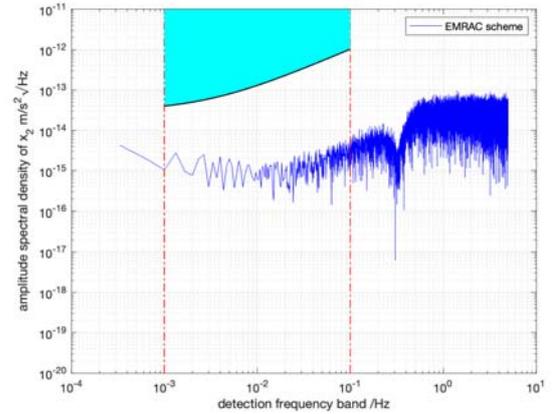


图4 EMRAC 方案 x_2 轴残余加速度

Fig.4 Residual acceleration on x_2 axis with EMRAC scheme.

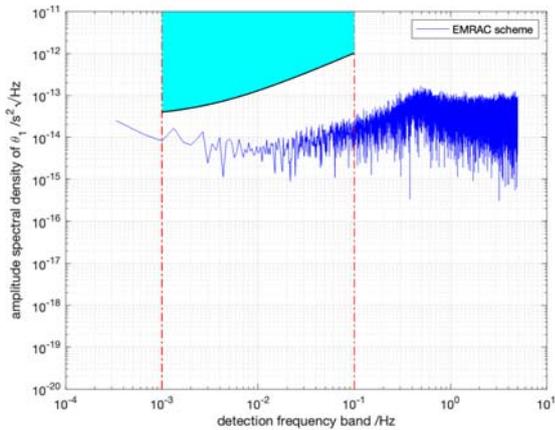


图5 EMRAC 方案 θ_1 轴残余加速度

Fig.5 Residual acceleration on θ_1 axis with EMRAC scheme.

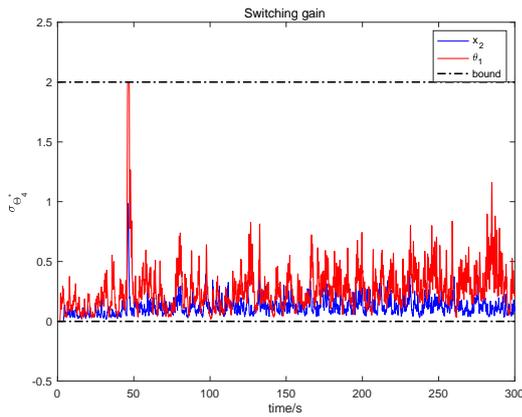


图6 自适应校正增益

Fig.6 Adaptive modification gain.

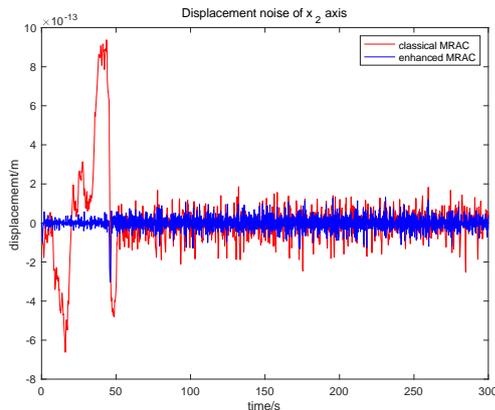


图7 存在模态切换时 x_2 轴位移噪声对比

Fig.7 Comparison of displacement noise on x_2 axis with the existence of mode switching.

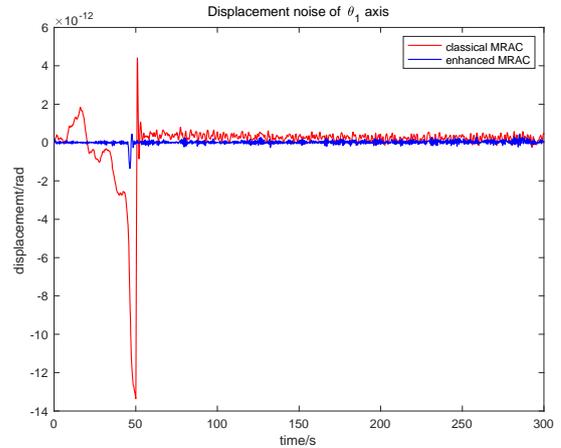


图8 存在模态切换时 θ_1 轴位移噪声对比

Fig.8 Comparison of displacement noise on θ_1 axis with the existence of mode switching.

(1) 图2及图3显示了在时域内空间惯性传感器非敏感轴位移响应的对比仿真结果。选取文献[5]中的线性控制方案、标称MRAC方案与本文提出的改进MRAC方案进行对比,仿真结果表明,相比于线性控制方案,基于MRAC的非线性控制方案控制精度具有显著提升效果,可将平动及转动自由度位移响应精度分别提升至 $10^{-14} m / \sqrt{Hz}$ 及 $10^{-14} rad / \sqrt{Hz}$ 量级。这是由于线性控制方案的设计基础为空间惯性传感器的近似线性动力学模型,考虑到电压驱动算法及机械形变、刚度耦合等引起的非线性与不确定性,基于近似线性模型给出的线性控制方案难以准确反映该非线性动力学系统的各通道响应需求,从而其位移噪声抑制能力不足。同时,电压驱动导致的各通道耦合也是引起位移噪声的主要来源,在线性控制方案中,预先假设了各通道解耦,即将MIMO控制问题直接转换为SISO控制问题并进行控制器设计,未考虑各通道耦合引起的位移精度变化。在空间引力波探测这一超高精度任务背景下,通道间耦合作用不能忽略,因此在基于MIMO系统的标称MRAC控制方案下,仅首先实现动力学系统向已解耦的参考模型逼近,就已对位移精度产生了较大的提升作用。引入积分自适应即校正后,系统中存在的有界外界扰动也实现抑制,在平动及转动自由度上,位移精度均实现了进一步提升。

(2) 图4及图5展示了该改进MRAC (EMRAC)

方案下非敏感轴平动及转动自由度残余加速度抑制效果。根据LISA Pathfinder空间引力波探测任务要求,在图示探测频段内,非敏感轴残余加速度需达到下述精度指标^[3]:

$$S_a^{1/2}(f) \leq 3 \times 10^{-13} \left[1 + \left(\frac{f}{3mHz} \right)^2 \right] m/s^2 / \sqrt{Hz} \quad (40)$$

不满足精度指标的区域已在图4与图5中以绿色区域指出。根据数值仿真结果,应用EMRAC方案的空间惯性传感器闭环系统中,平动及转动自由度在全部探测频段内的残余加速度均满足任务所提出的指标要求,体现了该控制方案针对LISA Pathfinder空间引力波探测任务要求的合理性。

(3) 图6至图8展示了闭环系统自大范围模型向高精度模式切换时有界切换增益的变化及与常规

MRAC对比的位移响应结果。仿真结果表明,在50 s实行模态切换时,该切换增益仍保证有界,且在切换后迅速回归稳态。上述基于有界切换增益的sigma-自适应校正项与积分自适应项也有效提升了系统应对切换瞬态的抑制能力。在常规MRAC方案中,尽管系统最终趋于稳态,但由于缺乏校正或补偿,切换后系统存在相应的稳态误差,控制精度也有所降低;在引入本文提出的EMRAC方案后,积分自适应项及校正项对切换瞬态的抑制作用明显,额外引入的抗饱和和修正项也一定程度上避免了闭环系统的输入饱和,使得各通道的模态耦合抑制与其他非线性的抑制效果都有改善,在时域内体现为1)瞬态效应的抑制;2)时域内因其他耦合引起的非线性噪声水平的降低。

5 结论与讨论

本文设计了基于输出调节-有界增益校正的不连续系统多变量积分模型参考自适应控制(MRAC)方案,应用于空间惯性传感器静电悬浮控制问题中,提高了惯性传感器电压驱动算法引入的复杂非线性项及其他未建模动态的逼近能力。积分自适应项用于抑制因模式切换引起的瞬态效应,有界增益校正项则用

于消除输入饱和。引入Filippov集值映射概念的Lyapunov分析证明了系统的全局有界性,数值仿真验证了该控制方案的优良控制性能。

目前针对空间引力波探测任务中静电悬浮控制通道的研究仍然较少,针对干扰及动力学系统的建模仍需参考任务实际进行细致改进,需考虑更多噪声来源如传感器电路噪声、热噪声及其他非驱动因素噪声的具体形式及其对闭环系统的影响。

参考文献

- 1 FU Haiqing, WU Shufan, LIU Meilin, SUN Xiaoyun. Disturbance-observer Based Adaptive Control for Space Inertial Sensor[J/OL]. Journal of BUAA: 1-12[2022-07-15].DOI:10.13700/j.bh.1001-5965.2021.0734.
付海清,吴树范,刘梅林,孙笑云.基于干扰观测器的空间惯性传感器自适应控制[J/OL].北京航空航天大学学报:1-12[2022-07-15].DOI:10.13700/j.bh.1001-5965.2021.0734.
- 2 F. Mobley, G. Fountain, A. Sadilek, P. Worden and R. Patten, Electromagnetic suspension for the tip-II satellite[J]. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 11, no. 6, pp. 1712-1716, November 1975.
- 3 Fichter W, Schleicher A, Bennani S, Wu S F. Closed loop performance and limitations of the LISA Pathfinder drag-free control system[C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. 2007: 6732.
- 4 Lian, Xiaobin, et al, Frequency Separation Control for Drag free Satellite With Frequency Domain Constraints[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. (2021).
- 5 Wu S F, Fertin D. Spacecraft drag-free attitude control system design with quantitative feedback theory[J]. Acta Astronautica, 2008, 62(12): 668-682.
- 6 Fichter W, Gath P, Vitale S, et al. LISA Pathfinder drag-free control and system implications[J]. Classical and Quantum Gravity, 2005, 22(10): S139.
- 7 Guo J, Tao G, Liu Y. A multivariable MRAC scheme with application to a nonlinear aircraft model[J]. Automatica, 2011, 47(4): 804-812.
- 8 Roy, Sayan Basu, Shubhendu Bhasin, and Indra Narayan Kar, Combined MRAC for unknown MIMO LTI systems with parameter convergence[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 63.1 (2017): 283-290.
- 9 McNamara, P., et al, Lisa Pathfinder[J]. Classical and quantum gravity. v25.11 (2008): 114034.
- 10 Wu, Shufan, et al, Attitude Stabilization of LISA Pathfinder Spacecraft Using Colloidal Micro-Newton Thrusters[C]// AIAA Guidance,

- Navigation, and Control Conference. 2011.
- 11 Wu, Shufan, et al, Attitude Control of LISA Pathfinder Spacecraft with Micro-Newton FEEP Thrusters under Multiple Failures[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference., 2010.
 - 12 S. Dixit, U. Montanaro, M. Dianati, A. Mouzakitis and S. Fallah, Integral MRAC With Bounded Switching Gain for Vehicle Lateral Tracking[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology. vol. 29, no. 5, pp. 1936-1951, Sept. 2021, doi: 10.1109/TCST.2020.3024586.
 - 13 A. Buonomano, U. Montanaro, A. Palombo and S. Santini, Dynamic building energy performance analysis: A new adaptive control strategy for stringent thermohygrometric indoor air requirements[J]. Appl. Energy, vol. 163, pp. 361-386, Feb. 2016.
 - 14 G. Song and G. Tao, A Partial-State Feedback Model Reference Adaptive Control Scheme[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. vol. 65, no. 1, pp. 44-57, Jan. 2020, doi: 10.1109/TAC.2019.2906457.
 - 15 U. Montanaro and J. M. Olm, Integral MRAC with minimal controller synthesis and bounded adaptive gains: The continuous-time case[J]. J. Franklin Inst., vol. 353, no. 18, pp. 5040-5067, Dec. 2016.
 - 16 Mu, X F., Ding, Z S. and Cheng, G F. Uniformly ultimate boundedness for discontinuous systems with time-delay[J]. Appl. Math. Mech.-Engl. Ed. 32, 1187 (2011). <https://doi.org/10.1007/s10483-011-1492-9>.

Output Regulation based Integral Model Reference adaptive control with Bounded Switching Gain for Space Inertial Sensor

SUN Xiaoyun^{1,2}, WU Shufan^{1,2}, SHEN Qiang^{1,2}

¹ School of Aeronautics and Astronautics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China;

² Shanghai Frontier Science Center for Gravitational Wave Detection, Shanghai 200240, China

Output regulation based multivariable Model Reference Adaptive Control (MRAC) is applied to solve the stable output reference tracking problem when the system state cannot be directly obtained. In the electrostatic suspension control of the inertial sensor inside the space gravitational wave detection spacecraft, considering its stable requirement as the inertial reference of the spacecraft platform, the complex discontinuous disturbance effect in dual-mass dynamics, and the instantaneous response to different working modes, an integral output tracking MRAC is proposed in this paper for space inertial sensor, and a bounded switching adaptive gain is introduced for anti-input saturation, transient suppression in the case of system discontinuity. The Lyapunov analysis based on the Filippov set and the generalized gradient proves the convergence of each closed-loop signal under the scheme, and for the sample space gravitational wave detection spacecraft, the numerical simulation verifies the good suppression effect of the non-sensitive axis DOF of the dual-mass space inertial sensor against displacement noise, residual acceleration and mode-switching transients as the key payload in the detection spacecraft.

electrostatic suspension control, space gravitational wave detection, discontinuity system, bounded switching gain

doi: 10.1360/N092015-00020